

Efficiëntiemeting via Data Envelopment Analysis (DEA): “benefit-of-the-doubt” weging

Laurens Cherchye

Faculteit Economie en Bedrijfswetenschappen, Departement Economie

Inhoud

1. Toepassingsgebied
2. Data
3. Voordeel van de twijfel weging
4. Een eenvoudig voorbeeld
5. Besluit

Inhoud

1. **Toepassingsgebied**
2. Data
3. Voordeel van de twijfel weging
4. Een eenvoudig voorbeeld
5. Besluit

Data envelopment analysis: toepassingsgebied

DMU = Decision Making Unit

vb.: ziekenhuizen, scholen, universiteiten, postkantoren, spoorwegmaatschappijen, politiediensten, nutsvoorzieningen (water, elektriciteit), ...

- Productie: het omzetten van inputs naar outputs
- Doel: zo veel mogelijk output met zo weinig mogelijk input

Data Envelopment Analysis is een methode om te meten in hoeverre de productie efficiënt verloopt

In het bijzonder geschikt voor publieke sector:

- Meerdere inputs en outputs
- Vaak zijn prijzen niet gekend
- Minimale informatie omtrent productietechnologie

Inhoud

1. Toepassingsgebied
- 2. Data**
3. Voordeel van de twijfel weging
4. Een eenvoudig voorbeeld
5. Besluit

Data

- T DMUs: $t = 1, \dots, T$
- N inputs: x_{1t}, \dots, x_{Nt} voor elke DMU t
- M outputs: y_{1t}, \dots, y_{Mt} voor elke DMU t

Voorbeeld:

- 3 ziekenhuizen
- 2 inputs: kapitaal (aantal bedden), arbeid (aantal arbeidsuren)
- 3 outputs: aantal patiëntdagen per maand voor 3 categorieën (volgens leeftijd)

	Inputs		Outputs		
Ziekenhuis	1	2	1	2	3
1	5	14	9	4	16
2	8	15	5	7	10
3	7	12	4	9	13

Inhoud

1. Toepassingsgebied
2. Data
- 3. Voordeel van de twijfel weging**
4. Een eenvoudig voorbeeld
5. Besluit

Productiviteit

1 input – 1 output:

- Input x_E , output y_E
- Maatstaf: Productiviteit = y_E / x_E

N inputs – M outputs:

- Input $\mathbf{x}_E = (x_{1E}, \dots, x_{NE})$ (N dimensies)
- Output $\mathbf{y}_E = (y_{1E}, \dots, y_{ME})$ (M dimensies)
- Gewichten (“schaduwrijzen”)
 - $\mathbf{v} = (v_1, \dots, v_N)$ voor inputs en
 - $\mathbf{w} = (w_1, \dots, w_M)$ voor outputs
- Maatstaf: Productiviteit =
$$\mathbf{w}'\mathbf{y}_E / \mathbf{v}'\mathbf{x}_E = (w_1 y_{1E} + \dots + w_M y_{ME}) / (v_1 x_{1E} + \dots + v_M x_{NE})$$

Probleem: hoe \mathbf{w} en \mathbf{v} bepalen?

Benefit-of-the-doubt

Idee:

- “Voordeel-van-de-twijfel” weging
- “Relatieve” efficiëntiemaatstaf tussen 0 en 1, vertrekkend vanuit T geobserveerde combinaties van inputs en outputs (of DMUs = Decision Making Units)

Programmeringsprobleem:

$$\text{Max}_{\mathbf{w}, \mathbf{v}} \mathbf{w}'\mathbf{y}_E / \mathbf{v}'\mathbf{x}_E$$

onder de voorwaarden:

$$\mathbf{w}'\mathbf{y}_t / \mathbf{v}'\mathbf{x}_t \leq 1 \quad (t= 1, \dots, E, \dots, T)$$

$$\mathbf{w}, \mathbf{v} \geq 0$$

Inhoud

1. Toepassingsgebied
2. Data
3. Voordeel van de twijfel weging
4. **Een eenvoudig voorbeeld**
5. Besluit

Eenvoudig voorbeeld

	Inputs		Outputs		
Ziekenhuis	1	2	1	2	3
1	5	14	9	4	16
2	8	15	5	7	10
3	7	12	4	9	13

Stel dat we ziekenhuis 1 willen evalueren

Productiviteit van ziekenhuis 1:

$$\mathbf{w}'\mathbf{y}_1 / \mathbf{v}'\mathbf{x}_1$$

$$= (w_1 y_{11} + w_2 y_{21} + w_3 y_{31}) / (v_1 x_{11} + v_2 x_{21})$$

$$= (9w_1 + 4w_2 + 16w_3) / (5v_1 + 14v_2)$$

Eenvoudig voorbeeld

Programmeringsprobleem voor ziekenhuis 1:

$$\text{Max } (9w_1 + 4w_2 + 16w_3) / (5v_1 + 14v_2)$$

onder de voorwaarden:

$$(9w_1 + 4w_2 + 16w_3) / (5v_1 + 14v_2) \leq 1 \quad (\text{voor ziekenhuis 1})$$

$$(5w_1 + 7w_2 + 10w_3) / (8v_1 + 15v_2) \leq 1 \quad (\text{voor ziekenhuis 2})$$

$$(4w_1 + 9w_2 + 13w_3) / (7v_1 + 12v_2) \leq 1 \quad (\text{voor ziekenhuis 3})$$

$$w_1, w_2, w_3, v_1, v_2 \geq 0$$

Resultaat: Efficiëntie van ziekenhuis 1 = 100%

Eenvoudig voorbeeld

Programmeringsprobleem voor ziekenhuis 2:

$$\text{Max } (5w_1 + 7w_2 + 10w_3) / (8v_1 + 15v_2)$$

onder de voorwaarden:

$$(9w_1 + 4w_2 + 16w_3) / (5v_1 + 14v_2) \leq 1 \text{ (voor ziekenhuis 1)}$$

$$(5w_1 + 7w_2 + 10w_3) / (8v_1 + 15v_2) \leq 1 \text{ (voor ziekenhuis 2)}$$

$$(4w_1 + 9w_2 + 13w_3) / (7v_1 + 12v_2) \leq 1 \text{ (voor ziekenhuis 3)}$$

$$w_1, w_2, w_3, v_1, v_2 \geq 0$$

Resultaat: Efficiëntie van ziekenhuis 2 = 77,3%

Eenvoudig voorbeeld

Programmeringsprobleem voor ziekenhuis 3:

$$\text{Max } (4w_1 + 9w_2 + 13w_3) / (7t_1 + 12t_2)$$

onder de voorwaarden:

$$(9w_1 + 4w_2 + 16w_3) / (5v_1 + 14v_2) \leq 1 \text{ (voor ziekenhuis 1)}$$

$$(5w_1 + 7w_2 + 10w_3) / (8v_1 + 15v_2) \leq 1 \text{ (voor ziekenhuis 2)}$$

$$(4w_1 + 9w_2 + 13w_3) / (7v_1 + 12v_2) \leq 1 \text{ (voor ziekenhuis 3)}$$

$$w_1, w_2, w_3, v_1, v_2 \geq 0$$

Resultaat: Efficiëntie van ziekenhuis 3 = 100%

Inhoud

1. Toepassingsgebied
2. Data
3. Voordeel van de twijfel weging
4. Een eenvoudig voorbeeld
- 5. Besluit**

Besluit

Data Envelopment Analysis:

- Meten van relatieve efficiëntie (maatstaf tussen 0 en 1)
- Via “benefit-of-the-doubt”
- Met minimale informatie

Mogelijke uitbreidingen:

- Gewichtsrestricties
- Bijkomende productie-informatie
- Meetfouten
- Verschillen in productie-omgevingen
- ...